

1 Ajuste de datos

$$H^t H c = H^t y$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

1.1 Con datos fijos

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3; \text{ con } f(0) = 3 \text{ y } f''(0) = 1$$

$$f''(x) = 2c + 6dx$$

$$f(0) = a + 0b + 0c + 0d \rightarrow f(0) = a = 3$$

$$f''(0) = 2c + 0d \rightarrow f''(0) = 2c = 1 \rightarrow f''(0) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 2 + bx + \frac{1}{2}x^2 + dx^3 \rightarrow bx + dx^3 = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3$$

1.2 Con pesos

$$H^t W H c = H^t W y$$

$$W = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \end{pmatrix}$$

2 Ecuaciones no lineales

2.1 Bolzano

Si $f(a)f(b) < 0$ existe al menos una raíz.

2.2 Bisección

Intervalo de la iteración: $[a, b]$

$$x_i = \frac{a_i + b_i}{2} \begin{cases} \text{Si } f(x_i) = 0 \Rightarrow s = x_i \\ \text{Si } f(x_i) \neq 0 \Rightarrow \text{Siguiete iteración} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Si } f(a_i)f(x_i) < 0 \Rightarrow [a_i, x_i] \\ \text{Si } f(x_i)f(b_i) < 0 \Rightarrow [x_i, b_i] \end{cases}$$

$$|e_n| = |s - x_n| = \frac{1}{2}(b_n - a_n) = \frac{1}{2^n}(b - a)$$

2.3 Convergencia lineal

$-\log_{10} e_n =$ cifras significativas

$$|e_{n+1}| < k|e_n|$$

$$\log_{10} e_{n+1} \leq \log_{10} k + \log_{10} e_n$$

2.4 Convergencia cuadrática

$-\log_{10} e_n =$ cifras significativas

$$|e_{n+1}| < k|e_n|^2$$

$$-\log_{10} e_{n+1} \geq -\log_{10} k - 2\log_{10} e_n$$

2.5 Newton

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$|x_{n+1} - x_n| \simeq |x_n - s| \rightarrow e_n \simeq |x_{n+1} - x_n|$$

2.6 Secante

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

Mejor convergencia que lineal, pero no cuadrática.

3 Sistemas Lineales

3.1 Gauss

Gauss (Matriz ampliada y reducida) y Gauss-Jordan (Matriz ampliada, buscar la diagonal).

Pivotaje parcial: Cambiar filas cuando la actual es 0, o buscar la más adecuada (mayor valor a la izquierda).

Pivotaje total: Buscar el mejor valor y hacer una permutación de filas y de columnas, alterando también la posición de los parámetros.

4 Factorización

4.1 LU

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0.3 & 4.6 & 6.9 & 9.2 \\ 0.6 & 1.6 & 4.4 & 9.2 \\ 0.9 & 2.6 & 4.1 & 7.8 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & ? & ? & ? \\ 0 & 0 & ? & ? \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & ? & 1 & 0 \\ 0.3 & ? & ? & 1 \end{pmatrix} \begin{cases} l_{21} = \frac{a_{21}}{u_{11}} \\ l_{31} = \frac{a_{31}}{u_{11}} \end{cases} \\
 A &= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0.3 & 4.6 & 6.9 & 9.2 \\ 0.6 & 1.6 & 4.4 & 9.2 \\ 0.9 & 2.6 & 4.1 & 7.8 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & ? & ? \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0.2 & ? & 1 \end{pmatrix} \begin{cases} u_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12} \\ u_{23} = a_{23} - l_{21}u_{13} \\ l_{32} = \frac{a_{32} - l_{31}u_{12}}{u_{22}} \end{cases} \\
 A &= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0.3 & 4.6 & 6.9 & 9.2 \\ 0.6 & 1.6 & 4.4 & 9.2 \\ 0.9 & 2.6 & 4.1 & 7.8 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 & 1 \end{pmatrix} \begin{cases} u_{33} = a_{33} - l_{31}u_{13} - l_{32}u_{23} \\ l_{43} = \frac{a_{43} - l_{41}u_{13} - l_{42}u_{23}}{u_{33}} \end{cases} \\
 A &= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0.3 & 4.6 & 6.9 & 9.2 \\ 0.6 & 1.6 & 4.4 & 9.2 \\ 0.9 & 2.6 & 4.1 & 7.8 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$Ly = b \rightarrow Ux = y$$

$$\det(A) = \det(U)$$

5 Otros

$$(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n)' = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1}$$

$$f(x) = k \quad ; \quad f'(x) = 0$$

$$f(x) = x \quad ; \quad f'(x) = 1$$

$$f(x) = ax + b \quad ; \quad f'(x) = a$$

$$f(x) = u^k \quad ; \quad f'(x) = k \cdot u^{k-1} \cdot u'$$

$$f(x) = u \cdot v \quad ; \quad f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$f(x) = \frac{u}{v} \quad ; \quad f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$f(x) = \sin u \quad ; \quad f'(x) = u' \cos u$$

$$f(x) = \cos u \quad ; \quad f'(x) = -u' \sin u$$

$$f(x) = e^u \quad ; \quad f'(x) = u' \cdot e^u$$

$$f(x) = \ln u \quad ; \quad f'(x) = \frac{u'}{u}$$